



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)**

Факультет « \_\_\_\_\_ »  
наименование факультета  
Кафедра « \_\_\_\_\_ »  
наименование кафедры

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Дисциплина (модуль) «Основы механики»  
наименование учебной дисциплины (модуля)

Направление подготовки/специальность

код наименование направления подготовки/специальности

Направленность (профиль)

Номер зачетной книжки \_\_\_\_\_ Номер варианта \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Обучающийся

подпись, дата

И.О. Фамилия

Контрольную работу проверил

подпись, дата

должность, И.О. Фамилия

Ростов-на-Дону

2022

## Задача №1

Стальной стержень ( $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ) находится под действием продольной силы  $P$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , напряжений  $\sigma$ , перемещений  $\Delta$ . Проверить прочность стержня.

Исходные данные:

схема III;

$F=14 \text{ см}^2$ ;  $a=2,7 \text{ м}$ ;  $b=3,0 \text{ м}$ ;  $c=1,3 \text{ м}$ ;  $P=1700 \cdot 10^2 \text{ Н}=170 \text{ кН}$ ,  $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

## Решение

Уравнение равновесия:  $\sum Y_i = 0$ :  $R_A + R_D - P = 0$

Степень статической неопределимости  $s = m - n = 2 - 1$ , система один раз статически неопределима.

Для защемленного обоими концами стержня полное абсолютное удлинение должно быть равным нулю. Уравнение совместности деформаций

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0$$

Определим продольные силы на каждом участке нагружения, пользуясь методом сечений.

|              |                               |                  |
|--------------|-------------------------------|------------------|
| I участок:   | $0 \leq z \leq c$             | $N_1 = -R_D$ ,   |
| II участок:  | $c \leq z \leq c + b$         | $N_2 = -R_D$ ,   |
| III участок: | $c + b \leq z \leq c + b + a$ | $N_3 = -R_D + P$ |

Тогда

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E F_1} = \frac{-R_D \cdot c}{E \cdot F};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E F_2} = \frac{-R_D \cdot b}{E \cdot 2F};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{E F_3} = \frac{(-R_D + P) \cdot a}{E \cdot 2F};$$

$$\text{Тогда } \frac{-R_D \cdot c}{E \cdot F} + \frac{-R_D \cdot b}{E \cdot 2F} + \frac{(-R_D + P) \cdot a}{E \cdot 2F} = 0$$

Разрешая это уравнение относительно  $R_D$ , получим

$$R_D = \frac{aP}{a + b + 2c} = 55,30 \text{ кН}.$$

Продольные усилия на участках нагружения статически неопределимого бруса

$$N_1 = -55,30 \text{ кН}$$

$$N_2 = -55,30 \text{ кН}$$

$$N_3 = 114,70 \text{ кН}$$

Напряжения в поперечных сечениях статически неопределимого бруса

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = -39,50 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = -19,75 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = 40,96 \text{ МПа};$$

Проверим прочность статически неопределимого стержня:

$$\sigma_{\max} = \sigma_3 = 40,96 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}; \text{ прочность обеспечена.}$$

Удлинения участков стержня

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 c}{E} = -0,257 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 b}{E} = -0,296 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 a}{E} = 0,553 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Определим перемещения поперечных сечений, совпадающих с границами участков нагружения:

$$\text{сечение } A \text{ (жесткая заделка): } \Delta_A = 0;$$

$$\text{сечение } B: \Delta_B = \Delta_A + \Delta l_3 = 0,553 \text{ мм};$$

$$\text{сечение } C: \Delta_C = \Delta_B + \Delta l_2 = 0,257 \text{ мм};$$

$$\text{сечение } D: \Delta_D = \Delta_C + \Delta l_1 = 0 - \text{ жесткая заделка.}$$

#### Задача №5

К стальному валу приложены три известных момента:  $M_1, M_2, M_3$ . Требуется:

1. установить при каком значении момента  $X$  угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;
2. для найденного значения  $X$  построить эпюру крутящих моментов;
3. при заданном значении  $[\tau]$  определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего, равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 100 мм;
4. построить эпюру углов закручивания;
5. найти наибольший относительный угол закручивания.

Исходные данные:

4 0 4 7 0 3

а б в г д е

схема III;

$a=1,7 \text{ м}; b=2,0 \text{ м}; c=1,3 \text{ м}; M_1=1700 \text{ Нм}; M_2=1000 \text{ Нм}; M_3=1300 \text{ Нм}; [\tau]=50 \text{ МПа}, G=80000 \text{ МПа}$

#### Решение

1. Определим крутящие моменты на каждом участке нагружения, пользуясь методом сечений.

$$\text{I участок: } 0 \leq z \leq a$$

$$m_1 = -X,$$

$$\text{II участок: } a \leq z \leq a+c$$

$$m_2 = -X - M_3$$

$$\text{III участок: } a+c \leq z \leq a+c+b$$

$$m_3 = -X - M_3 + M_2$$

$$\text{IV участок: } a+c+b \leq z \leq 2a+c+b$$

$$m_4 = -X - M_3 + M_2 - M_1$$

Полный угол закручивания должен быть равным нулю:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0, \text{ где}$$

$$\varphi_1 = \frac{m_1 a}{G J_p} = \frac{(-X)a}{G J_p};$$

$$\varphi_2 = \frac{m_2 c}{G J_p} = \frac{(-X - M_3)c}{G J_p};$$

$$\varphi_3 = \frac{m_3 b}{G J_p} = \frac{(-X - M_3 + M_2)b}{G J_p};$$

$$\varphi_4 = \frac{m_4 a}{G J_p} = \frac{(-X - M_3 + M_2 - M_1)a}{G J_p};$$

Тогда

$$(-X)a + (-X - M_3)c + (-X - M_3 + M_2)b + (-X - M_3 + M_2 - M_1)a = 0$$

$$X = \frac{-M_1 a + M_2(a+b) - M_3(a+b+c)}{2a+b+c}$$

Получим  $X = -849,25 \text{ Н м}$ .

2. Крутящие моменты на участках нагружения

I участок:

$$m_1 = 849,25 \text{ Н м},$$

II участок:

$$m_2 = -450,75 \text{ Н м},$$

III участок:

$$m_3 = 549,25 \text{ Н м},$$

IV участок:

$$m_4 = -1150,75 \text{ Н м}.$$

3. Опасным участком, т.е. участком на котором возникают максимальные касательные напряжения, является четвертый участок нагружения.

Составим условия прочности для опасного участка вала.

$$\tau_{\max} = \frac{m_4}{W_p} \leq [\tau] = 50 \text{ МПа}$$

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = 0,1963 D^3$$

Определим диаметр D из условия прочности:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{m_4}{[\tau] \cdot 0,1963}} = \sqrt[3]{\frac{1150,75}{50 \cdot 10^6 \cdot 0,1963}} = 0,0489 \text{ м} = 48,9 \text{ мм}.$$

Принимаем  $D = 0,05 \text{ м} = 50 \text{ мм}$

Вычислим геометрические характеристики поперечных сечений вала:

Полярный момент сопротивления сечения:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = 0,1963 D^3 = 24,54 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

Полярный момент инерции сечения

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} = 0,0982 D^4 = 61,36 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

4. Определим абсолютные углы закручивания участков вала:

$$\varphi_1 = \frac{m_1 a}{G J_p} = 0,0294 \text{ рад};$$

$$\varphi_2 = \frac{m_2 c}{G J_p} = -0,0119 \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \frac{m_3 b}{G J_p} = 0,0224 \text{ рад};$$

$$\varphi_4 = \frac{m_4 a}{G J_p} = -0,0399 \text{ рад};$$

Полный угол закручивания вала

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0$$

Определим угловые перемещения поперечных сечений, совпадающих с границами участков нагружения:

$$\text{сечение } A \text{ (жесткая заделка): } \Delta_\varphi^A = 0;$$

$$\text{сечение } B: \Delta_\varphi^B = \Delta_\varphi^A + \varphi_4 = -0,0399 \text{ рад};$$

$$\text{сечение } C: \Delta_\varphi^C = \Delta_\varphi^B + \varphi_3 = -0,0175 \text{ рад};$$

$$\text{сечение } D: \Delta_\varphi^D = \Delta_\varphi^C + \varphi_2 = -0,0294 \text{ рад};$$

$$\text{сечение } E: \Delta_\varphi^E = \Delta_\varphi^D + \varphi_1 = 0$$

5. Наибольший относительный угол закручивания

$$\theta_{\max} = \frac{m_{\max}}{G J_p} = \frac{m_4}{G J_p} = \frac{1150,75}{8 \cdot 10^{10} \cdot 61,36 \cdot 10^{-8}} = 0,0234 \frac{\text{рад}}{\text{м}}$$

#### Задача №7

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка или из двутавра и равнобокого уголка, или из швеллера и двутавра, требуется:

1. определить положение центра тяжести;
2. найти осевые и центробежные моменты инерции относительно центральных осей  $x_c$  и  $y_c$ ;
3. определить направление главных центральных осей  $u$  и  $v$ ;
4. найти главные моменты инерции;
5. вычертить сечение в масштабе 1:2.

Исходные данные:

**4 0 4 7 0 3**

**а б в г д е**

схема III;

швеллер №27; равнобокий уголок 125 × 125 × 12; двутавр №16.

Решение

Задано составное сечение, состоящее из швеллера № 27 и равнобокого уголка 125 × 125 × 12. Выбираем следующие данные по таблицам ГОСТа для сортового проката:

Швеллер №27 (ГОСТ 8240-89)

$h=270 \text{ мм}$  - высота,  $b=95 \text{ мм}$  - ширина полки,  $s=6,0 \text{ мм}$  - толщина стенки,  $t=10,5 \text{ мм}$  - толщина полки,  $z_0=2,78 \text{ см}$  - положение центра тяжести,  $F=36,2 \text{ см}^2$  - площадь се-

чения,  $J_x=4180 \text{ см}^4$ ,  $J_y=314 \text{ см}^4$  - осевые моменты инерции относительно центральных осей швеллера.

Равнобокий уголок  $125 \times 125 \times 12$  (ГОСТ 8509-86)

$b=125 \text{ мм}$  - ширина полки,  $t=12 \text{ мм}$  - толщина полки,  $F=28,89 \text{ см}^2$  - площадь сечения,  $z_0=3,53 \text{ см}$  - положение центра тяжести,  $J_x=J_y=422,23 \text{ см}^4$  - осевые моменты инерции относительно центральных осей,  $J_{xy}=248,0 \text{ см}^4$  - центробежный момент инерции.

Вычерчиваем заданное сечение в масштабе  $1:2$ . Выбираем исходные оси  $XOY$  таким образом, чтобы они были параллельны сторонам составного сечения и проходили через центры тяжести швеллера  $C_1$  и уголка  $C_2$ .

Для каждого элемента сечения проведем собственные центральные оси.

Координаты центров тяжести элементов сечения в выбранных осях, их площади и моменты инерции приведены в таблице.

| №                 | Площадь $F_i$ | Координаты ц.т. |             | Моменты инерции |               |               |
|-------------------|---------------|-----------------|-------------|-----------------|---------------|---------------|
|                   |               | $x_i$           | $y_i$       | $J_{xi}$        | $J_{yi}$      | $J_{xiyi}$    |
|                   | $\text{см}^2$ | $\text{см}$     | $\text{см}$ | $\text{см}^4$   | $\text{см}^4$ | $\text{см}^4$ |
| 1(швеллер)        | 28,89         | 6,31            | 0,0         | 4180,0          | 314,0         | 0,0           |
| 2(уголок)         | 28,89         | 0,0             | 2,53        | 422,23          | 422,23        | 248,0         |
| Составное сечение | 57,78         | 3,51            | 1,12        | 4705,07         | 1375,97       | -8,50         |

Координаты центров тяжести частей сечения в выбранной системе осей  $XOY$  (все размеры взяты в  $\text{см}$ , индекс 1 соответствует швеллеру, индекс 2 - уголку)

$$x_1 = z_{02} + z_{01} = 6,31 \text{ см}$$

$$y_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$

$$y_2 = -0,5 + (b_2 + z_{02}) = 2,53 \text{ см}$$

Площадь составного сечения

$$F = F_1 + F_2$$

Статические моменты площади определялись:

$$S_x^i = y_i \cdot F_i$$

$$S_y^i = x_i \cdot F_i$$

Координаты центра тяжести составного сечения определены по формулам

$$x_C = \frac{S_y^1 + S_y^2}{F} = \frac{x_1 \cdot F_1 + x_2 \cdot F_2}{F_1 + F_2} = 3,51 \text{ см}$$

$$y_C = \frac{S_x^1 + S_x^2}{F} = \frac{y_1 \cdot F_1 + y_2 \cdot F_2}{F_1 + F_2} = 1,12 \text{ см}$$

Расстояние между соответствующими собственными центральными осями элементов и центральными осями всего составного сечения

$$a_i = y_i - y_C$$

$$b_i = x_i - x_C$$

| №          | $a_i$       | $b_i$       |
|------------|-------------|-------------|
|            | $\text{см}$ | $\text{см}$ |
| 1(швеллер) | -1,12       | 2,80        |
| 2(уголок)  | 1,41        | -3,51       |

Проверка  $\frac{|a_1|}{|a_2|} = \frac{|b_1|}{|b_2|} = \frac{F_2}{F_1} = 0,798$

Осевые и центробежные моменты относительно центральных осей  $X_c, Y_c$  вычисляются по формулам

$$J_{Xc} = J_{Xc}^I + J_{Xc}^2 = J_{X1}^I + a_1^2 F_1 + J_{X2}^2 + a_2^2 F_2 = 4705,07 \text{ см}^4$$

$$J_{Yc} = J_{Yc}^I + J_{Yc}^2 = J_{Y1}^I + b_1^2 F_1 + J_{Y2}^2 + b_2^2 F_2 = 1375,97 \text{ см}^4$$

$$J_{XcYc} = J_{XcYc}^I + J_{XcYc}^2 = J_{X1Y1}^I + a_1 b_1 F_1 + J_{X2Y2}^2 + a_2 b_2 F_2 = -8,50 \text{ см}^4$$

Положение главных центральных осей инерции  $U, V$  определяется через угол  $\alpha$ , который они составляют с центральными осями  $X_c, Y_c$  (положительное значение угла отсчитывается против хода часовой стрелки)

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2J_{XcYc}}{J_{Yc} - J_{Xc}} = 0,0026 \text{ рад} = 0,146^\circ$$

По результатам расчетов нанесем на чертеж: центр тяжести всего сечения; центральные оси; главные центральные оси.

Главные центральные моменты инерции сечения

$$J_U = J_{Xc} \cos^2 \alpha + J_{Yc} \sin^2 \alpha - J_{XcYc} \sin 2\alpha = 4705,10 \text{ см}^4$$

$$J_V = J_{Xc} \sin^2 \alpha + J_{Yc} \cos^2 \alpha + J_{XcYc} \sin 2\alpha = 1375,94 \text{ см}^4$$

Кроме того, главные центральные моменты инерции сечения могут быть вычислены по формулам:

$$J_{\max} = \frac{J_{Xc} + J_{Yc}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_{Xc} - J_{Yc})^2 + 4J_{XcYc}^2} = 4705,10 \text{ см}^4$$

$$J_{\min} = \frac{J_{Xc} + J_{Yc}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_{Xc} - J_{Yc})^2 + 4J_{XcYc}^2} = 1375,94 \text{ см}^4$$

Выполним аналитическую проверку.

$$J_{Xc} + J_{Yc} = J_U + J_V = 6081,04 \text{ см}^4$$

$$J_{UV} = J_{XcYc} \cos 2\alpha - \frac{J_{Yc} - J_{Xc}}{2} \sin 2\alpha = 0$$

### Задача №8

Для заданных двух схем балок требуется написать выражения для каждого участка и построить эпюры  $Q$  и  $M$ ; подобрать

1. для схемы (а) деревянную балку круглого поперечного сечения при  $[\sigma] = 8 \text{ МПа}$ ,
2. для схемы (б) стальную балку двутаврового поперечного сечения при  $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$ .

Исходные данные:

4 0 4 7 0 3  
а б в г д е

схема III;

$l_1 = 2,0 \text{ м}$ ;  $l_2 = 3 \text{ м}$ ;  $a_1 = 7a$ ;  $a_2 = 10a$ ;  $a_3 = 3a$ ;  $M = 7 \text{ кНм}$ ;  $P = 10 \text{ кН}$ ;  $q = 3 \text{ кН/м}$ .

Решение

### Схема а

Для консольной балки определим поперечные силы и изгибающие моменты на каждом участке нагружения, рассматривая участки балки от свободного конца к заделке.

I участок:  $0 \leq z \leq 3a = 0,6 \text{ м}$

$$Q_1 = qz$$

$$M_1 = -0,5qz^2$$

Тогда на границах участка

$$Q_{1(z=0)} = 0$$

$$Q_{1(z=3a)} = 1,8 \text{ кН}$$

$$M_{1(z=0)} = 0$$

$$M_{1(z=3a)} = -0,54 \text{ кНм}$$

II участок:  $3a \leq z \leq 10a = 2,0 \text{ м}$

$$Q_2 = qz$$

$$M_2 = -0,5qz^2 + M$$

Тогда на границах участка

$$Q_{2(z=3a)} = 1,8 \text{ кН}$$

$$Q_{2(z=10a)} = 6,0 \text{ кН}$$

$$M_{2(z=3a)} = 6,46 \text{ кНм}$$

$$M_{2(z=10a)} = 1,0 \text{ кНм}$$

Значение момента в опасном сечении  $M_{\max} = M_{2(z=3a)} = 6,46 \text{ кНм}$  - по этому значению изгибающего момента ведется расчет на прочность.

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \leq [\sigma] = 8 \text{ МПа},$$

$$\Rightarrow W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6460}{8 \cdot 10^6} = 807,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 807,5 \text{ см}^3$$

Подбор круглого сечения

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = 20,19 \text{ см} \quad F = \frac{\pi d^2}{4} = 320,16 \text{ см}^2$$

### Схема б

Определим вертикальные реакции в шарнирных опорах  $R_A$ ,  $R_B$ . Уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum M_B^i = 0 \\ \sum M_A^i = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R_A \cdot 10a + P \cdot 3a + q \cdot 13a \cdot 6,5a = 0 \\ -R_B \cdot 10a + P \cdot 7a + q \cdot 13a \cdot 3,5a = 0 \end{cases}$$

$$R_A = \frac{P \cdot 3a + q \cdot 13a \cdot 6,5a}{10a} = 10,605 \text{ кН};$$

$$R_B = \frac{P \cdot 7a + q \cdot 13a \cdot 3,5a}{10a} = 11,095 \text{ кН};$$

проверка

$$\sum Y_i = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B - P - q \cdot 13a = 21,7 - 21,7 = 0;$$

проверка сошлась

Определим поперечные силы и изгибающие моменты на каждом участке нагружения, пользуясь методом сечений.

I участок:  $0 \leq z \leq 3a = 0,9 \text{ м}$  (справа)

$$Q_1 = qz - R_B$$

$$M_1 = -0,5qz^2 + R_B z$$

Тогда на границах участка

$$Q_{1(z=0)} = -11,095 \text{ кН}$$

$$Q_{1(z=3a)} = -8,395 \text{ кН}$$

$$M_{1(z=0)} = 0$$

$$M_{1(z=3a)} = 8,771 \text{ кН м}$$

II участок:  $3a \leq z \leq 10a = 3,0 \text{ м}$  (справа)

$$Q_2 = qz - R_B + P$$

$$M_2 = -0,5qz^2 + R_B z - P(z - 3a)$$

Тогда на границах участка

$$Q_{2(z=3a)} = 1,605 \text{ кН}$$

$$Q_{2(z=10a)} = 7,905 \text{ кН}$$

$$M_{2(z=3a)} = 8,771 \text{ кН м}$$

$$M_{2(z=10a)} = -1,215 \text{ кН м}$$

III участок:  $0 \leq z \leq 3a = 0,9 \text{ м}$  (слева)

$$Q_3 = -qz$$

$$M_3 = -0,5qz^2$$

Тогда на границах участка

$$Q_{3(z=0)} = 0$$

$$Q_{3(z=3a)} = -2,70 \text{ кН}$$

$$M_{3(z=0)} = 0$$

$$M_{3(z=3a)} = -1,215 \text{ кН м}$$

Опасным является сечение, где момент принимает наибольшее значение,  $M_{\max} = 8,771 \text{ кН м}$ .

Условие прочности

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma] = 180 \text{ МПа},$$

$$\Rightarrow W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{8771}{180 \cdot 10^6} = 48,725 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 48,725 \text{ см}^3$$

Подбор двутаврового сечения

двутавр № 12:

$$W_x = 58,4 \text{ см}^3, F = 14,70 \text{ см}^2, J_x = 350 \text{ см}^4, h = 120 \text{ мм}, b = 64 \text{ мм}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = 150,18 \text{ МПа}$$

$$\text{Балка недогружена на } \delta\% = \left| \frac{[\sigma] - \sigma_{max}}{[\sigma]} \right| \cdot 100\% = 16,57\%.$$

### Задание

Определить реакции связей конструкций, находящихся в равновесии под действием заданных нагрузок.

#### Раздел I.

Определение реакций опор и давления во внутреннем шарнире составной плоской рамы.

Исходные данные:

|    |   |   |   |
|----|---|---|---|
| №: | 7 | 0 | 3 |
|    | A | B | C |

Схема № 3;

$a=0,2$  м;  $M=2$  кН м;  $P_1=1$  кН;  $\alpha_1=30^\circ$ ; точка приложения  $H$ ;  $P_2=3$  кН; точка приложения  $E$ ;  $\alpha_2=60^\circ$ ;  $q=4$  кН/м; участок действия нагрузки  $CL$ .

Равнодействующая распределенной нагрузки:

$$Q = ql_{CL}; l_{CL} = 1,5\sqrt{2} a \Rightarrow Q = 1,697 \text{ кН};$$

Составляющие сосредоточенных нагрузок:

$$P_{1x} = P_1 \cos 30^\circ = 0,866 \text{ кН}; P_{1y} = P_1 \sin 30^\circ = 0,5 \text{ кН};$$

$$P_{2x} = P_2 \cos 60^\circ = 1,5 \text{ кН}; P_{2y} = P_2 \sin 60^\circ = 2,598 \text{ кН}$$

Конструкцию разобьем на две части по внутреннему шарниру  $C$ .

Уравнения равновесия левой половины:

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow X_C + X_A + P_{2x} - P_{1x} = 0;$$

$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow Y_C + Y_A - P_{2y} - P_{1y} = 0;$$

$$\sum M_c^i = 0 \Rightarrow X_A 3a - Y_A 2a - M + M_A + P_{2y} 2a - P_{2x} a + P_{1y} 2a - P_{1x} 1,5a = 0$$

Уравнения равновесия правой половины:

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow -X_C - Q \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow -Y_C + Y_B - Q \sin 45^\circ = 0;$$

$$\sum M_c^i = 0 \Rightarrow Y_B 3a - Q 0,75a\sqrt{2} = 0$$

Определяем неизвестные реакции связей

$$X_C = -Q \cos 45^\circ = -1,20 \text{ кН}$$

$$Y_B = \frac{Q 0,75a\sqrt{2}}{3a} = 0,60 \text{ кН}$$

$$Y_C = Y_B - Q \sin 45^\circ = -0,60 \text{ кН}$$

$$X_A = -X_C - P_{2x} + P_{1x} = 0,566 \text{ кН}$$

$$Y_A = -Y_C + P_{2y} + P_{1y} = 3,698 \text{ кН}$$

$$M_A = -X_A 3a + Y_A 2a + M - P_{2y} 2a + P_{2x} a + P_{1x} 1,5a - P_{1y} 2a = 2,460 \text{ кНм}$$

Составим проверочное уравнение для конструкции, не разделенной по шарниру  $C$ :

$$\sum M_L^i = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & -Y_A 3,5a + X_A 1,5a - M + M_A + Q 0,75\sqrt{2}a + Y_B 1,5a - P_{2x} 2,5a + P_{2y} 3,5a + P_{ly} 3,5a = \\ & = -3,698 \cdot 3,5 \cdot 0,2 + 0,566 \cdot 1,5 \cdot 0,2 - 2,0 + 2,460 + 1,697 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,2 + 0,60 \cdot 1,5 \cdot 0,2 - \\ & - 1,5 \cdot 2,5 \cdot 0,2 + 2,598 \cdot 3,5 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 3,5 \cdot a = 0 \end{aligned}$$

Проверка сошлась.

Б

Р

А

З

Е

Ц

## Раздел II.

Определение реакций опор пространственной конструкции.

Исходные данные:

|      |   |   |
|------|---|---|
| №: 7 | 0 | 3 |
| A    | B | C |

Схема № 0;

$a=0,5$  м;  $M=1$  кН м;  $P_1=2$  кН;  $\alpha_1=300^\circ$ ; точка приложения К;  $P_2=3$  кН; точка приложения Е;  $\alpha_2=135^\circ$ ;  $G_1=2$  кН;  $G_2=3$  кН.

Составляющие сосредоточенных нагрузок:

$$P_{1x} = P_1 \sin 30^\circ = 1,0 \text{ кН}; P_{1y} = P_1 \cos 30^\circ = 1,732 \text{ кН};$$

$$P_{2x} = P_2 \cos 45^\circ = 2,121 \text{ кН}; P_{2z} = P_2 \sin 45^\circ = 2,121 \text{ кН}$$

Уравнения равновесия пространственной конструкции:

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow X_A + X_B + P_{1x} - P_{2x} = 0;$$

$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow N_D - P_{1y} = 0;$$

$$\sum Z_i = 0 \Rightarrow -N_C + Z_B + Z_A + P_{2z} - G_1 - G_2 = 0;$$

$$\sum M_x^i = 0 \Rightarrow M + Z_B 4a - N_D 3a + P_{1y} 3a + P_{2z} 2a - G_1 2a - G_2 2a = 0;$$

$$\sum M_y^i = 0 \Rightarrow N_C 2a + G_1 a - P_{2z} 2a - P_{2x} 3a + P_{1x} 3a = 0;$$

$$\sum M_z^i = 0 \Rightarrow -X_B 4a - P_{1x} 4a + P_{2x} 2a = 0$$

Определяем неизвестные реакции связей

$$N_D = P_{1y} = 1,732 \text{ кН};$$

$$Z_B = \frac{-M + N_D 3a - P_{1y} 3a - P_{2z} 2a + G_1 2a + G_2 2a}{4a} = 0,939 \text{ кН};$$

$$N_C = \frac{-G_1 a + P_{2z} 2a + P_{2x} 3a - P_{1x} 3a}{2a} = 2,803 \text{ кН};$$

$$X_B = \frac{-P_{1x} 4a + P_{2x} 2a}{4a} = 0,061 \text{ кН};$$

$$X_A = -X_B - P_{1x} + P_{2x} = 1,061 \text{ кН};$$

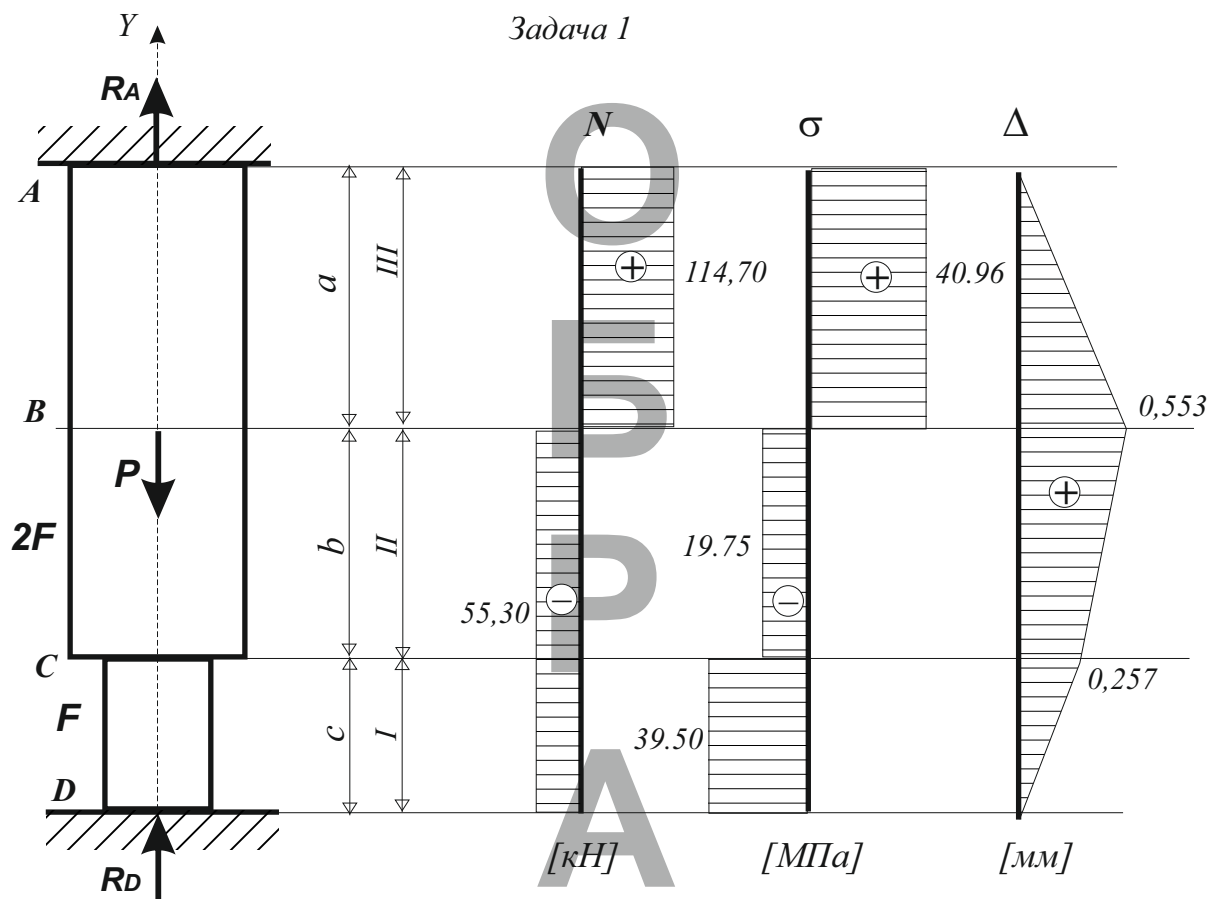
$$Z_A = N_C - Z_B - P_{2z} + G_1 + G_2 = 4,743 \text{ кН}$$

Составим проверочное уравнение – сумма моментов относительно произвольно выбранной оси:

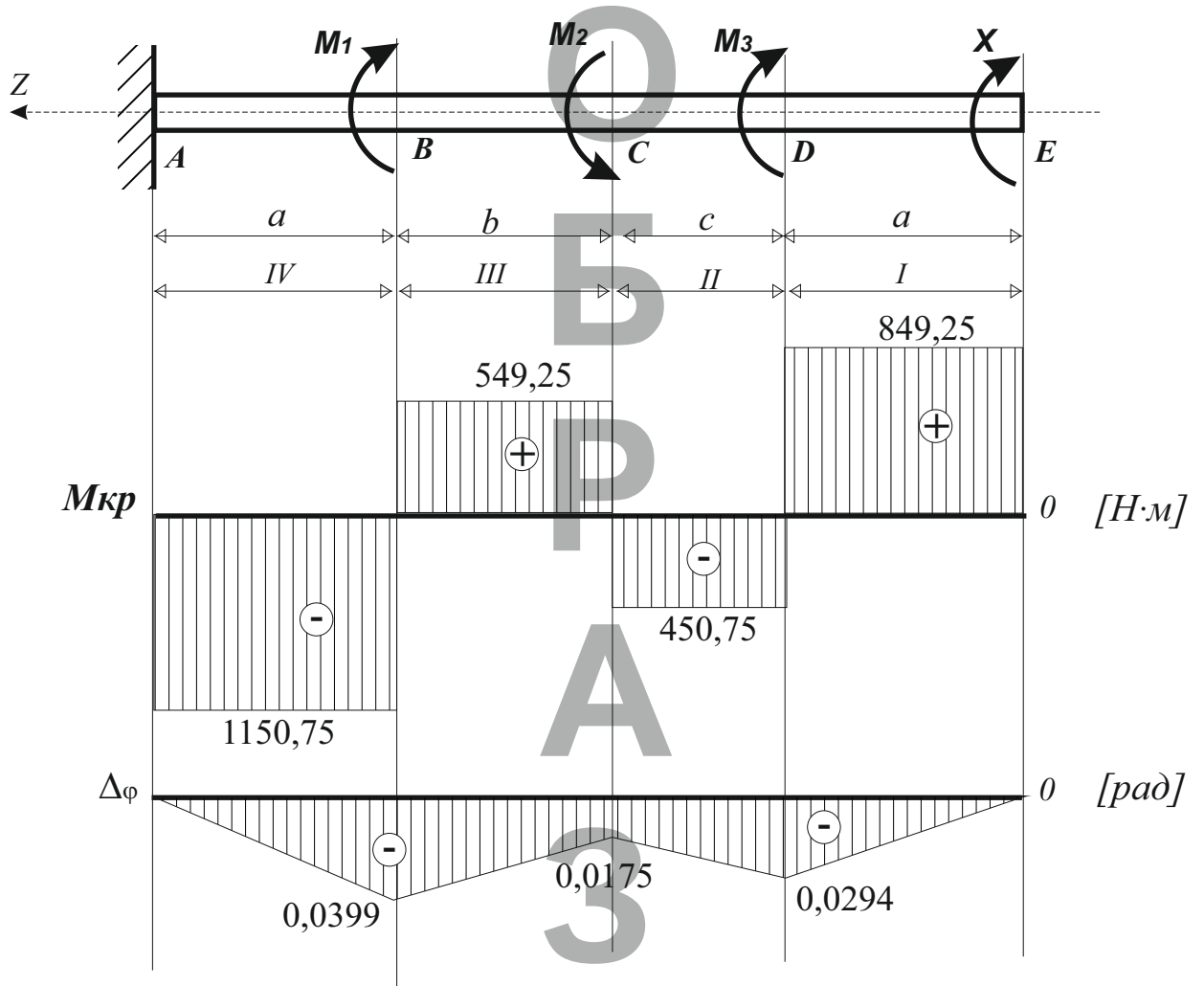
$$\begin{aligned} \sum M_{y1}^i = 0 \Rightarrow & Z_A 2a + Z_B 2a - G_1 a - G_2 2a + P_{1x} 3a - P_{2x} 3a \\ & = 4,743 \cdot 2 \cdot 0,5 + 0,939 \cdot 2 \cdot 0,5 - 2,0 \cdot 0,5 - 3,0 \cdot 2 \cdot 0,5 + 1,0 \cdot 3 \cdot 0,5 - 2,121 \cdot 3 \cdot 0,5 = 0 \end{aligned}$$

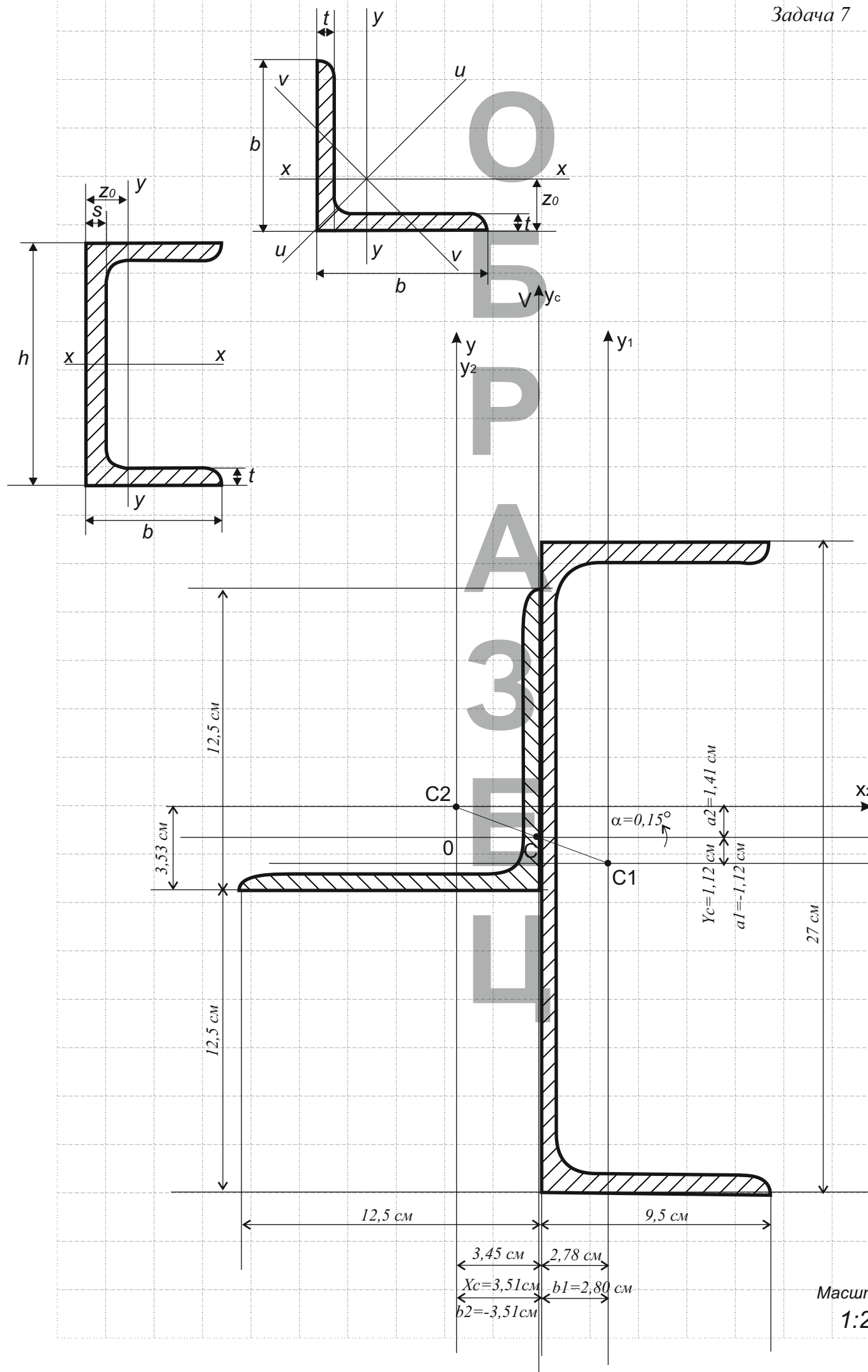
Проверка сошлась.

# Задача 1



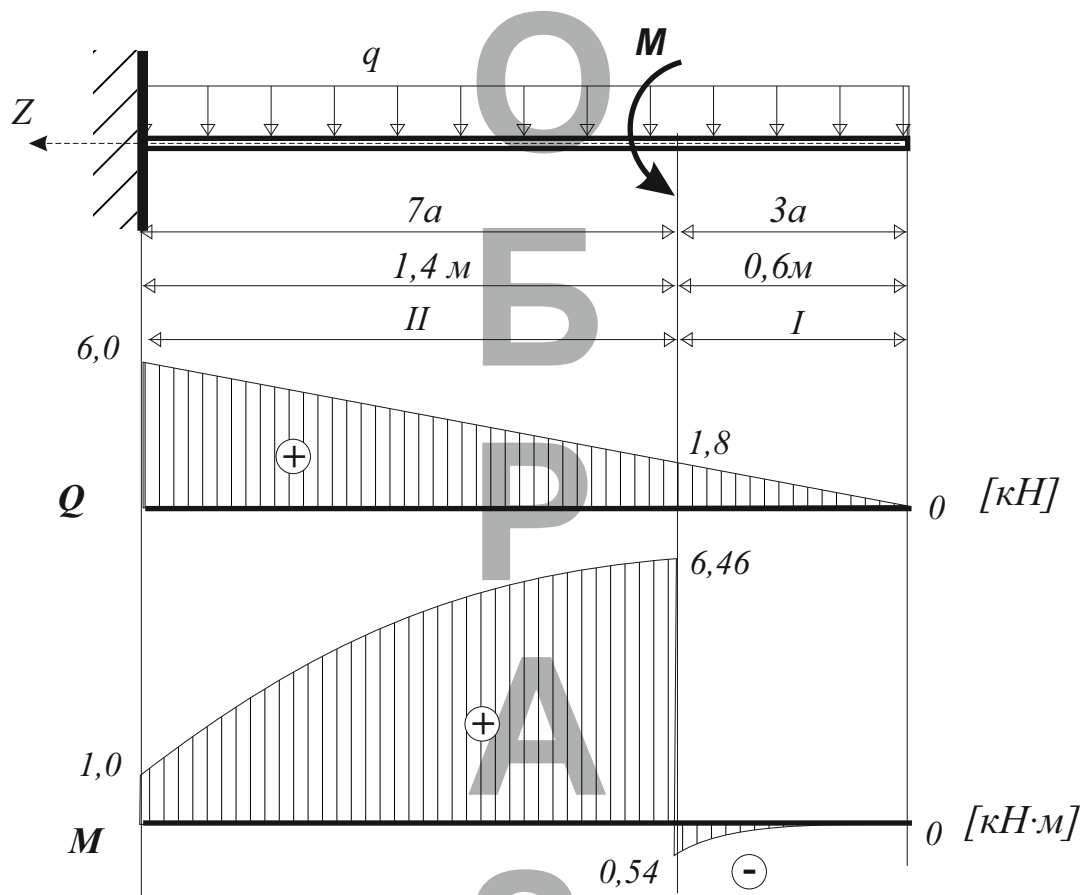
Задача 5



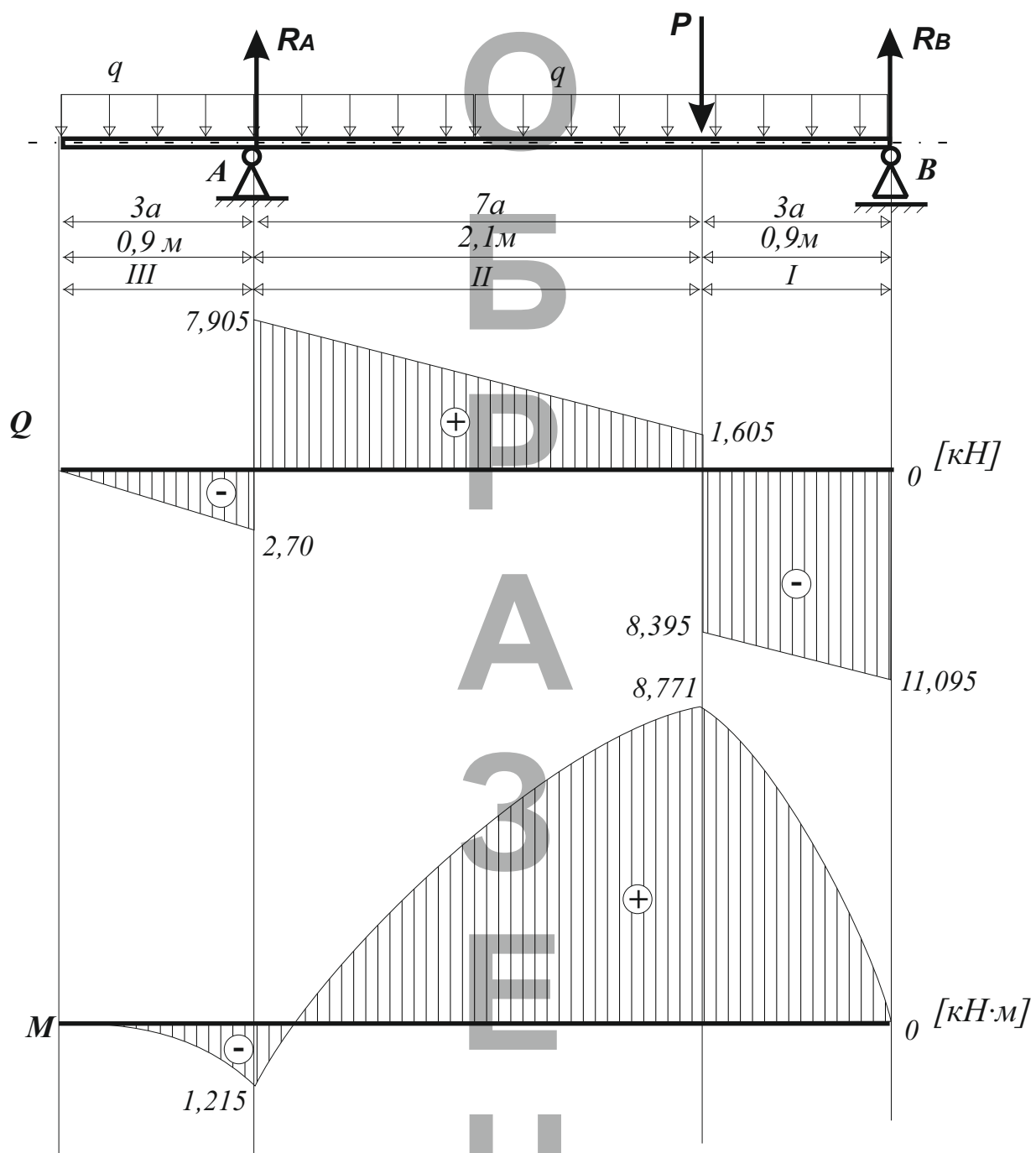


Масштаб  
1:2

Задача 8 (а)



Задача 8 (б)



Расчетная схема рамы

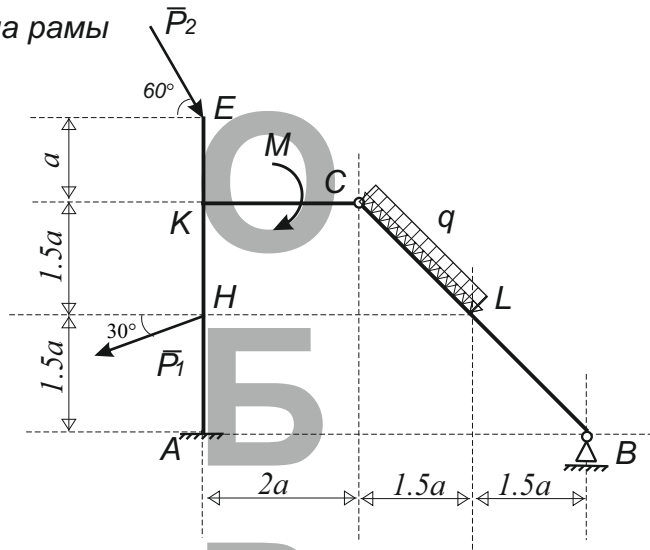


Схема сил для конструкции в целом

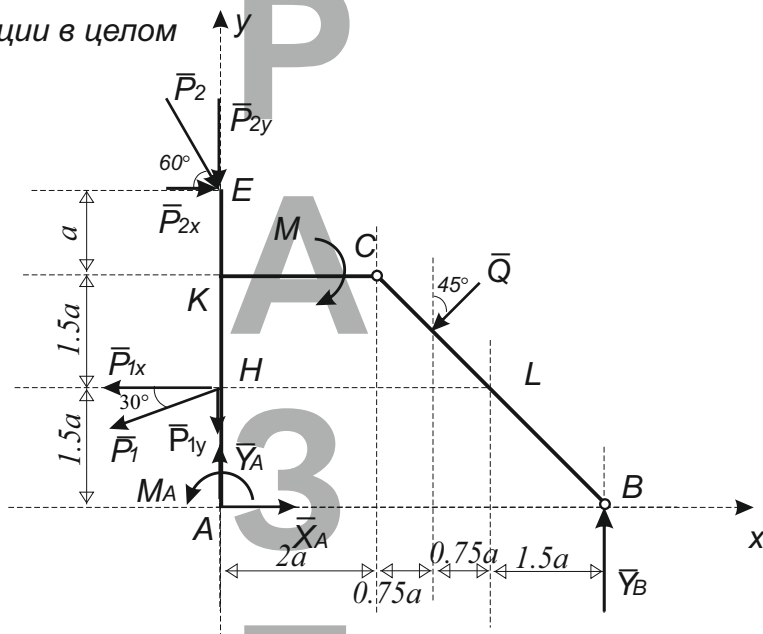


Схема сил для левой части

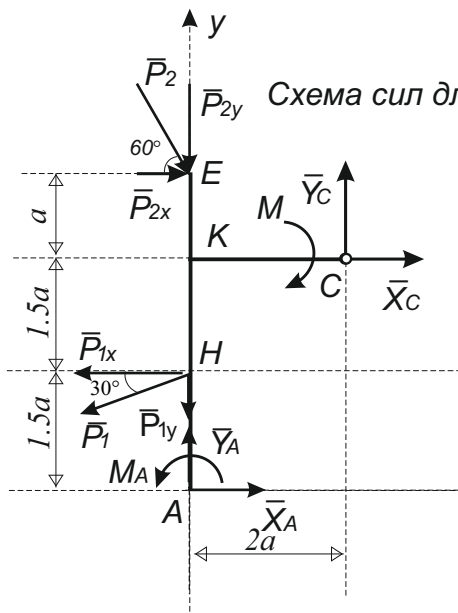
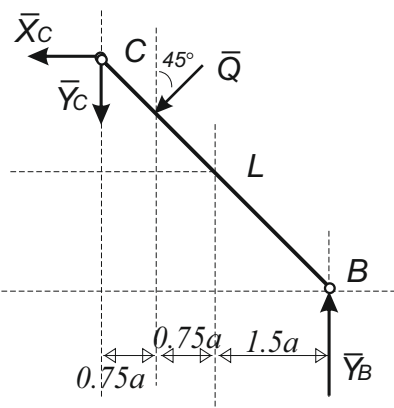


Схема сил для правой части



|          |      |          |         |      |  |     |      |        |
|----------|------|----------|---------|------|--|-----|------|--------|
|          |      |          |         |      | Определение реакций связей статически определимых конструкций          |     |      |        |
| Изм.     | Лист | № докум. | Подпись | Дата |  | Лит | Лист | Листов |
| Разраб.  |      |          |         |      | Определение реакций опор и давления во внутреннем шарнире плоской рамы |     | 1    | 2      |
| Проверил |      |          |         |      |  |     |      |        |
| Контр.   |      |          |         |      |  |     |      |        |
| Утв.     |      |          |         |      |  |     |      |        |

Расчетная схема пространственной конструкции

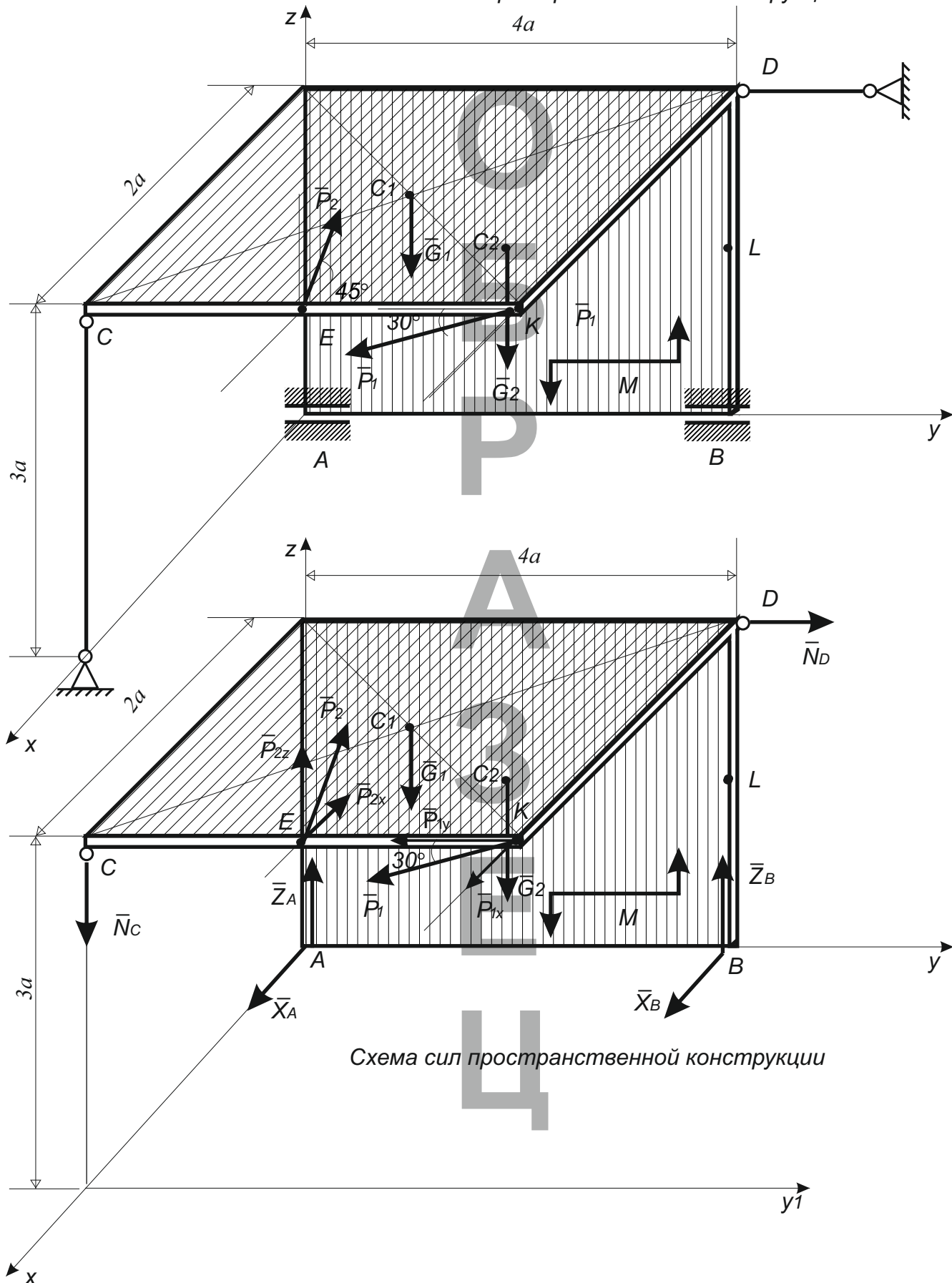


Схема сил пространственной конструкции

|   |      |          |         |      |     |      |        |
|---|------|----------|---------|------|-----|------|--------|
| Определение реакций связей статически определимых конструкций |      |          |         |      |     |      |        |
| Изм.  | Лист | № докум. | Подпись | Дата |     |      |        |
| Разраб.   |      |          |         |      |     |      |        |
| Проверил  |      |          |         |      |     |      |        |
| Контр.  |      |          |         |      |     |      |        |
| Утв.  |      |          |         |      |     |      |        |
| Определение реакций опор пространственной конструкции         |      |          |         |      | Лит | Лист | Листов |
|   |      |          |         |      |     | 2    | 2      |